PRÁCTICA DE LABORATORIO I-11

PROBABILIDADES Y ESTADISTICAS

OBJETIVOS

- Aprender los conceptos básicos de probabilidades y estadística.
- Aprender a graficar histogramas a partir de una tabla de datos.
- Saber manejar curvas de Gauss a partir de un histograma y extraer la información.

TEORIA

El estudiante deberá leer cuidadosamente esta introducción teórica para poder realizar en el tiempo limitado las actividades que se programaron como trabajo de laboratorio.

PROBABILIDADES Y ESTADISTICAS

Conceptos básicos de Probabilidad

El concepto de probabilidad está tan presente en la ciencia que es necesario introducirlo tempranamente. Ya que todos entendemos intuitivamente su significado usaremos esa forma para definirlo. Si tenemos una bolsa negra con 10 metras Azules y 10 Rojas y sacamos 1 metra sin ver, la probabilidad de sacar una Azul o una Roja es igual. Mientras más intentos haga, (reponiendo las metras en la bolsa después de cada intento) más me acercaré a que los números de metras rojas y metras azules que saqué en mis múltiples intentos sean iguales.

La primera vez que jugamos a la lotería, la probabilidad de ganar es muy pequeña y dependerá del número de billetes que participan. Mientras más veces juegue mayor será la probabilidad que gane algún premio. Igualmente, si lanzamos un dado muchas veces la probabilidad de que salga el número 4 será el cociente de los números de eventos favorables (cuando sale el 4) entre el número de eventos totales (número total de lanzamientos) cuando éste tiende a infinito. Si queremos calcular la probabilidad de que el número 7 salga en un dado cuyas caras están numeradas del 1 al 6, por más lanzamientos que realicemos nunca saldrá el 7 o cualquier número mayor que 6. En este caso la probabilidad de que salga el 7 se escribe $P(7)=0$. Contrariamente si lo que queremos es evaluar la probabilidad con la que aparecerá algún número del 1 al 6, como descartaremos que el dado caiga de canto y que no esté "balanceado", entonces todos los lanzamientos serán eventos favorables y al dividir por el número de lanzamientos el resultado será igual a 1. Ya hemos encontrado un resultado importante cómo es que la probabilidad que hemos definido varía de 0 (cuando el evento no se puede producir) a 1, cuando el evento favorable se produce ciertamente en cada intento.

Una cantidad que puede tener diferentes valores numéricos como resultado de una observación o experimento se define como variable al azar.
Si *n* resultados favorables se obtienen después de N ensayos, la probabilidad del evento en cuestión, cuando N tiende a ser muy grande, es

$$0 \leq P(E) = n/N \leq 1 \qquad (1).$$

Experimentalmente, la frecuencia de éxito irá acercándose a n/N cuando vaya aumentando el número de intentos. La probabilidad es una cantidad que no puede ser ni negativa ni mayor que 1 si está normalizada.

Volviendo al ejemplo del dado de 6 caras numeradas del 1 al 6, la probabilidad de:

sacar 1 es 1/6, ya que hay 6 resultados posibles
sacar 2 es 1/6
sacar 3 es 1/6
sacar 4 es 1/6
sacar 5 es 1/6
sacar 6 es 1/6,

la suma de sacar cualquier número es

1/6 + 1/6 +1/6 +1/6 +1/6+ 1/6 = 1.

La probabilidad de obtener un evento favorable es igual para cualquiera de las caras.
Si ahora quisiéramos calcular la probabilidad de que en un lanzamiento con 2 dados salgan 2 números iguales, como son eventos absolutamente independientes, la cara que salió en el primer dado no influye sobre la que va a salir en el segundo dado, esa probabilidad para la ocurrencia de **2 eventos independientes** simultáneos es el producto de las probabilidades de que ocurra cada uno:

$$P(nn) = P(n).P(n) \qquad (2)$$

Es decir en el caso del dado de 6 caras 1/6*1/6 = 1/36 es la probabilidad de que salgan dos números iguales.. Esta es la regla de la cadena para probabilidades compuestas de eventos independientes:

$$P(ABCD....) = P(A).P(B).P(C).P(D).... \qquad (3)$$

Igualmente, si sacamos una metra de la bolsa (que siempre contiene 10 rojas y 10 azules) la probabilidad de obtener una metra roja es ½ y hacia ese número iremos tendiendo lentamente al lanzar un número grande de veces.

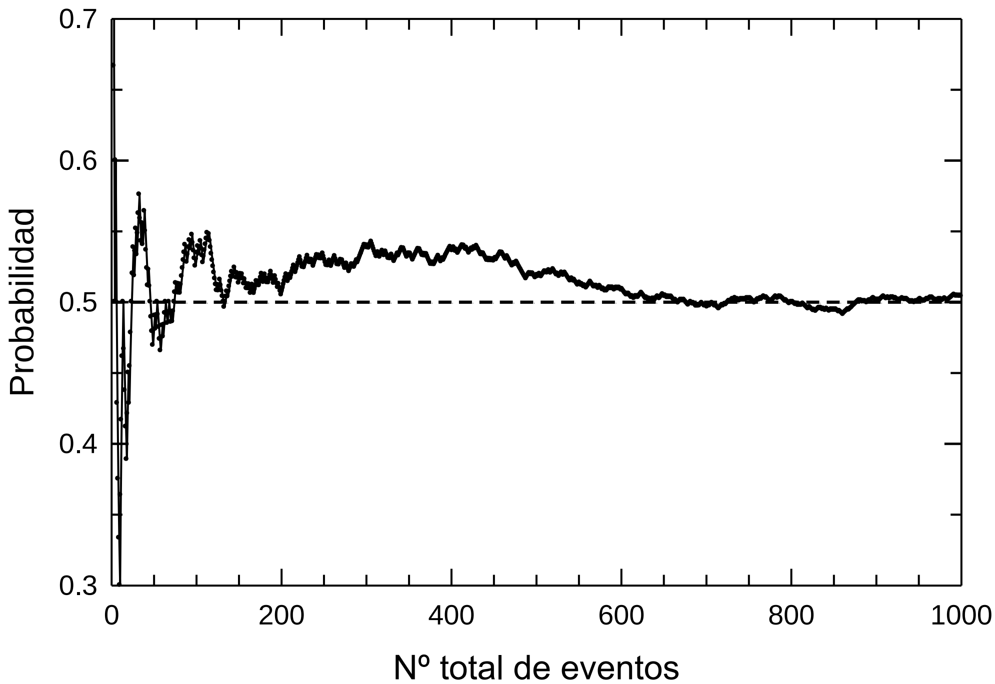

Figura 1.- Probabilidad de conseguir eventos favorables (metra roja) en función del número de intentos.

En esta curva se puede observar como para un número bajo de intentos la probabilidad oscila fuertemente y la metra roja aparece más frecuentemente que una azul. Sólo al alcanzar N > 600 la probabilidad de sacar una metra roja oscila suavemente alrededor de ½. Cuando tenemos eventos que son igualmente probables esto nos indica que no hay preferencia alguna por ninguno de ellos, como es el caso del dado o de las metras, cuando el número de intentos es muy grande.

<u>Definiciones</u>

Vamos a RECORDAR algunos términos que ya fueron usados por Uds en las sesiones de errores

- **Valor medio o promedio aritmético**

Sea x_i una medida de una serie de N medidas idénticas e independientes entre sí. La media $<x>$ de la cantidad x se define como el número

$$\langle x \rangle = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} x_i \tag{4}$$

- **Desviación estándar, desviación cuadrática media o varianza**

La desviación estándar o simplemente la varianza de una serie de medidas está definida como:

$$\sigma = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}(x_i - \langle x \rangle)^2}{N}} = \sqrt{\langle x^2 \rangle - \langle x \rangle^2} \tag{5}$$

σ es una medida de la dispersión de cada medida alrededor del promedio o ancho de la distribución que se obtiene al hacer una serie de *N* medidas idénticas, independientes entre sí y de igual peso estadístico.

Nota:
En el Software Excel que es el que usamos en este laboratorio deben de tener cuidado de usar la definición STDEVP que es idéntica a nuestra definición. Existen otras definiciones que en lugar de *N* en el denominador aparece $(N-1)$. Para *N* grandes es obvio que estas dos definiciones son equivalentes. Para calcular σ en el caso de un histograma no pueden usar esta función de EXCEL, deberán calcularla como se indica más adelante.

- **Desviación estándar de la media**

Si queremos ahora calcular la desviación estándar de la media entonces usaremos

$$\Delta x = \sqrt{\frac{\sigma^2}{N-1}} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{N}\left(x_i - \langle x \rangle\right)^2}{N(N-1)}} \tag{6}$$

o

$$\Delta x \cong \frac{\sigma}{\sqrt{N}} \tag{7}$$

en donde Δx es el error que debe asociarse con el promedio calculado después de hacer muchas medidas.

<u>Histogramas</u>

Si medimos la altura, *A*, de los estudiantes de primer año de la USB y queremos tabular y graficar el resultado de las *N*= 500 medidas que hicimos, procederemos de la manera siguiente: En una tabla se reportan todos los resultados obtenidos siendo el error absoluto $\pm$ 1cm. Supongamos que cada altura A_i ocurrió n_i veces entonces

$$N = \sum_{i=1}^{k} n_i = n_1 + n_2 + n_3 + \cdots + n_k \tag{8}$$

La frecuencia con la que una altura en particular, A_i, aparece en la lista se puede normalizar de la forma siguiente

$$f_N(A_i) = \frac{n_i}{N}$$
$$\sum_{i=1}^{k} f_N(A_i) = N/N = 1 \tag{9}$$

Es decir que si 144 cm apareció 25 veces podemos decir que 144 cm tiene una frecuencia $f_{500}(144)$ = 25/500=0,05. Ahora vamos a tener un listado de frecuencias normalizadas cuya sumatoria es 1 y no 500. Esta lista de frecuencias representan ***la distribución*** de nuestras medidas de altura.

En la práctica se usa una ***distribución discreta***, llamada ***histograma*** para representar este listado. Para ello vamos a escoger un intervalo $I = \Delta A$ y vamos a sumar las frecuencias que aparecen dentro del intervalo de la variable A,. Si se encuentran 20 estudiantes con alturas entre 145 cm < $A \leq$ 150 cm, tendremos una barra de ancho 5 cm que empieza en 145 y termina en 150 en abscisa y su alto será la frecuencia normalizada es decir el número de estudiantes con alturas en ese intervalo que divide N=500. Seguimos para la próxima barra contando el número de estudiantes con alturas 150 cm < $A \leq$ 155 cm, y así sucesivamente hasta tener las k barras que describirán las medidas. Como el histograma está formado por k rectángulos de ancho igual al intervalo ΔA escogido, y de largo la frecuencia normalizada de estudiantes con alturas dentro del intervalo que empieza en la altura A_{i-1} hasta $A_i = A_{i-1} + \Delta A$, el area, S, de este Histograma de Barras será igual a 1.

$$S = \sum_{i=1}^{k} (A_i - A_{i-1})\, f_N(A_i) = \Delta A \sum_{i=1}^{k} \frac{n_i}{N} = \frac{\Delta A}{N} \sum_{i=1}^{k} n_i = \Delta A \tag{10}$$

A partir de un histograma de barras se puede calcular el valor promedio de la variable representada en la abscisa (en este caso la altura promedio, <A>) y la varianza, σ, de cada medida:

$$< A >= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^{k} n_i C_i = \sum_{i=1}^{k} f(n_i) C_i \tag{11}$$

En donde C_i es el valor de la variable x, graficada en abscisa en el centro de cada intervalo.

$$\sigma = \sqrt{< A^2 > - < A >^2} \tag{12}$$

Los resultados en este caso están representados en la Tabla I en la cual se ha determinado la frecuencia de aparición de las alturas para diferentes valores del intervalo escogido, a saber, 12 cm, 6 cm, 4 cm y 3 cm, respectivamente. En la Figura 2 (a), (b), (c) y (d) hemos graficado en forma de histogramas estos resultados para cada valor del intervalo ΔA escogido. Los valores de $<A>$ y de σ calculados aplicando las ecuaciones (11) y (12) también se muestran en cada histograma..

Tabla I. Resultados de las mediciones de las alturas de estudiantes (varones) de 1er año de la Universidad, Muestra : N=500

***l* = 12 cm**	**Frecuencia**	***l* = 6 cm**	**Frecuencia**	***l* = 4 cm**	**Frecuencia**	***l*= 3cm**	**Frecuencia**
140<A≤152	33	140<A≤146	7	140<A≤144	3	140<A≤143	2
152<A≤164	154	146<A≤152	26	144<A≤148	10	143<A≤146	5
164<A≤176	221	152<A≤158	55	148<A≤152	20	146<A≤149	8
176<A≤188	86	158<A≤164	99	152<A≤156	28	149<A≤152	18
188<A≤200	6	164<A≤170	115	156<A≤160	57	152<A≤155	20
		170<A≤176	106	640<A≤164	69	155<A≤158	35
		176<A≤182	66	164<A≤168	77	158<A≤161	42
		182<A≤188	20	168<A≤172	84	161<A≤164	57
		188<A≤194	3	172<A≤176	60	164<A≤167	61
		194<A≤200	3	176<A≤180	47	167<A≤170	54
				180<A≤184	30	170<A≤173	69
				184<A≤188	9	173<A≤176	37
				188<A≤192	3	176<A≤179	35
				192<A≤196	1	179<A≤182	31
				196<A≤200	2	182<A≤185	14
						185<A≤188	6
						188<A≤191	3
						191<A≤194	0
						194<A≤196	1
						197<A≤200	2

Ejemplo 1: Cálculo del promedio y la varianza a partir de un histograma.

Para el intervalo l = 12 cm

$$< A >= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{k} n_i C_i = \frac{1}{500}\left(146\times 33+158\times 154+170\times 221+182\times 86+194\times 6\right)=167.1\,\text{cm}$$

El cálculo de $<A^2>$ se realiza en forma similar y la varianza da como resultado aplicando la ecuación (12) σ = 10.3 cm. La altura promedio con su error absoluto para el primer histograma es:

$$< A > \pm \Delta < A > \;=\; < A > \pm \frac{\sigma}{\sqrt{N}} = (167.1 \pm 0.5)\text{ cm.}$$

Al detallar la Figura 2 se darán cuenta que la varianza varía de acuerdo al ancho del intervalo y va decreciendo suavemente a medida que éste disminuye. El valor promedio también varía levemente pero al redondear a 4 cifras esta variación no se percibe.

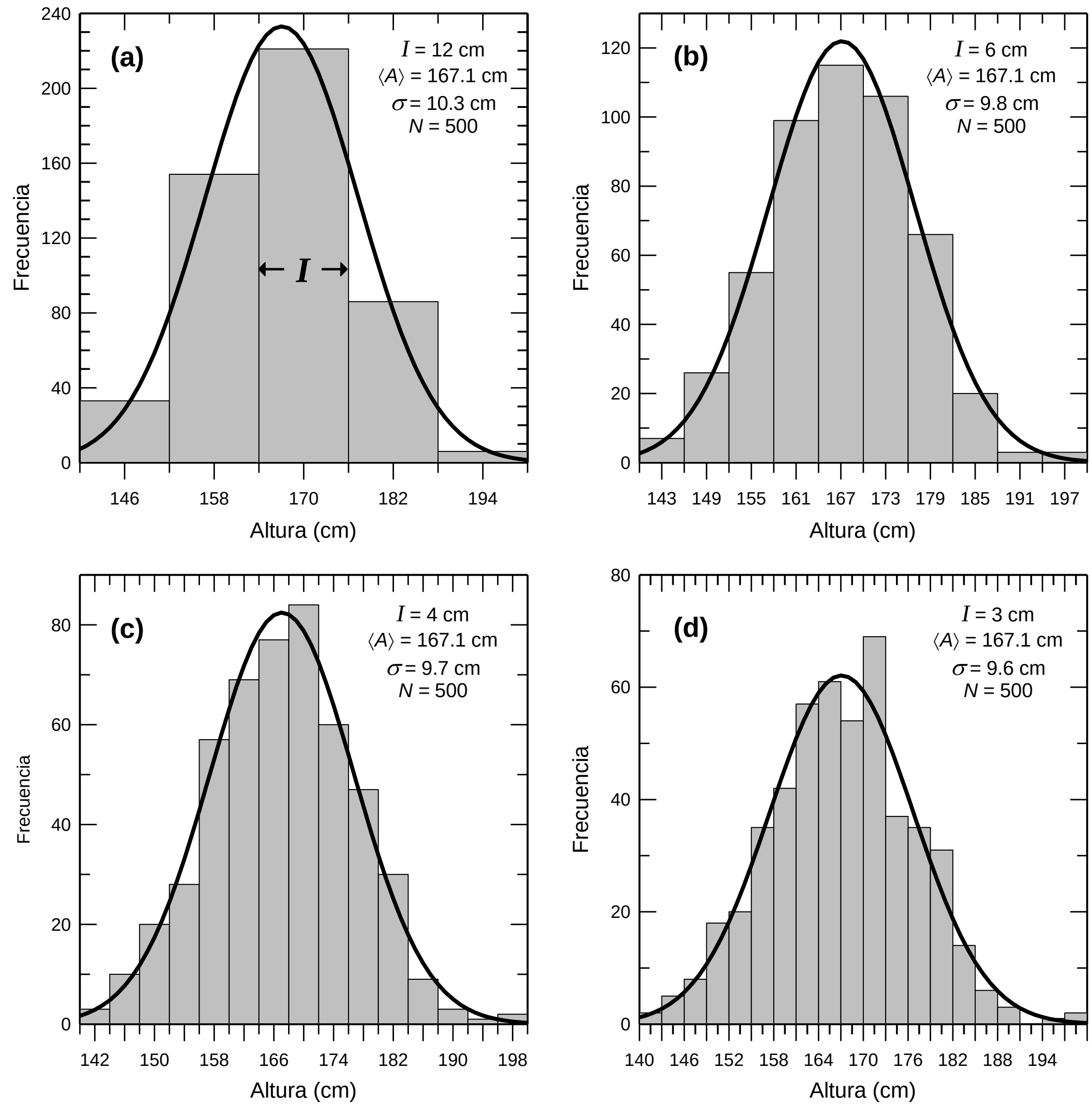

Figura 2.- Histogramas representativos de la distribución de alturas de una población de estudiantes (varones) de 1er año de la Universidad escogiendo intervalos de distintos anchos para la construcción del histograma. La línea sólida representa la distribución Gaussiana generada con los parámetros deducidos de cada histograma.

Distribuciones

En el ejemplo anterior (ver Figura 2) se observa que la curva envolvente del histograma puede en este caso asemejarse a una curva con forma de campana. Entonces podemos afirmar que esta curva representa la distribución de las frecuencias normalizadas definidas en la ecuación (9). Si disponemos de una serie grande de medidas idénticas, o eventos similares, estos eventos pueden estar representados por lo que llamaremos una distribución con un perfil definido.

Otro tipo de distribución sería una distribución uniforme donde cualquier valor de la variable es igualmente probable dentro de un intervalo dado, y el perfil de esta distribución sería una caja. Un ejemplo de esto resultaría de generar con su computador 1000 puntos con coordenadas *x*, *y*, que sean números aleatorios uniformemente distribuidos entre 0 y 1. Si representamos estos puntos en el plano *XY*, el resultado sería similar al gráfico representado en la Figura 3 en la cual se observa claramente la distribución uniforme de las coordenadas *x* e *y* de todos los puntos en el intervalo [0,1].

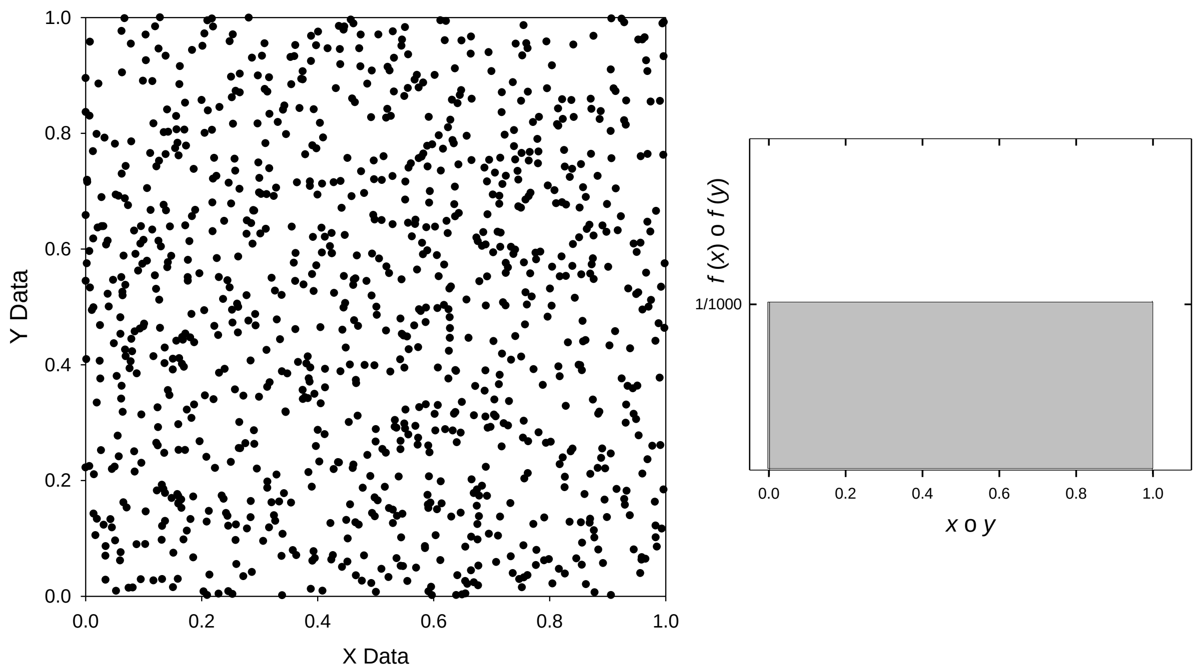

Fig.3.- Dispersión de 1000 puntos de coordenadas (*x,y*) en la cual *x* e *y* son variables al azar uniformemente distribuidas en el intervalo (0,1). En el gráfico de la derecha se muestra la distribución uniforme normalizada tanto para x como para y

En un experimento en el cual <u>repetimos</u> en forma idéntica la misma medición un número grande de veces el histograma tiende a tomar una forma sencilla y bien definida que se hace muy clara cuando N es grande. A medida que disponemos de más repeticiones una curva en forma de campana se empieza a dibujar como envolvente del histograma como ocurre en el caso de la medición de alturas. Esta envolvente describe tanto mejor el centro de las barras del histograma cuando N aumenta. La distribución continua que describe la curva que mejor envuelve al histograma la llamaremos $f(x)$. La probabilidad de que cualquier medida de la variable x caiga dentro del intervalo x y $x + dx$ *es* $f(x)\,dx$, área que está sombreada en la Figura 4.. Si en ordenada hemos graficado las frecuencias normalizadas entonces, el área bajo la curva que hemos trazado será

$$\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = 1 \qquad (13)$$

En la Figura 4 hemos graficado dos distribuciones f(x): la distribución representada en la

Figura 4 (a) es asimétrica y en la Figura 4 (b) la distribución es simétrica con respecto al valor del máximo. Eso quiere decir que al dividir la curva en 2 partes por una vertical que pase por el máximo de la distribución, el área de la parte izquierda es igual al área de la parte derecha si la curva es simétrica.

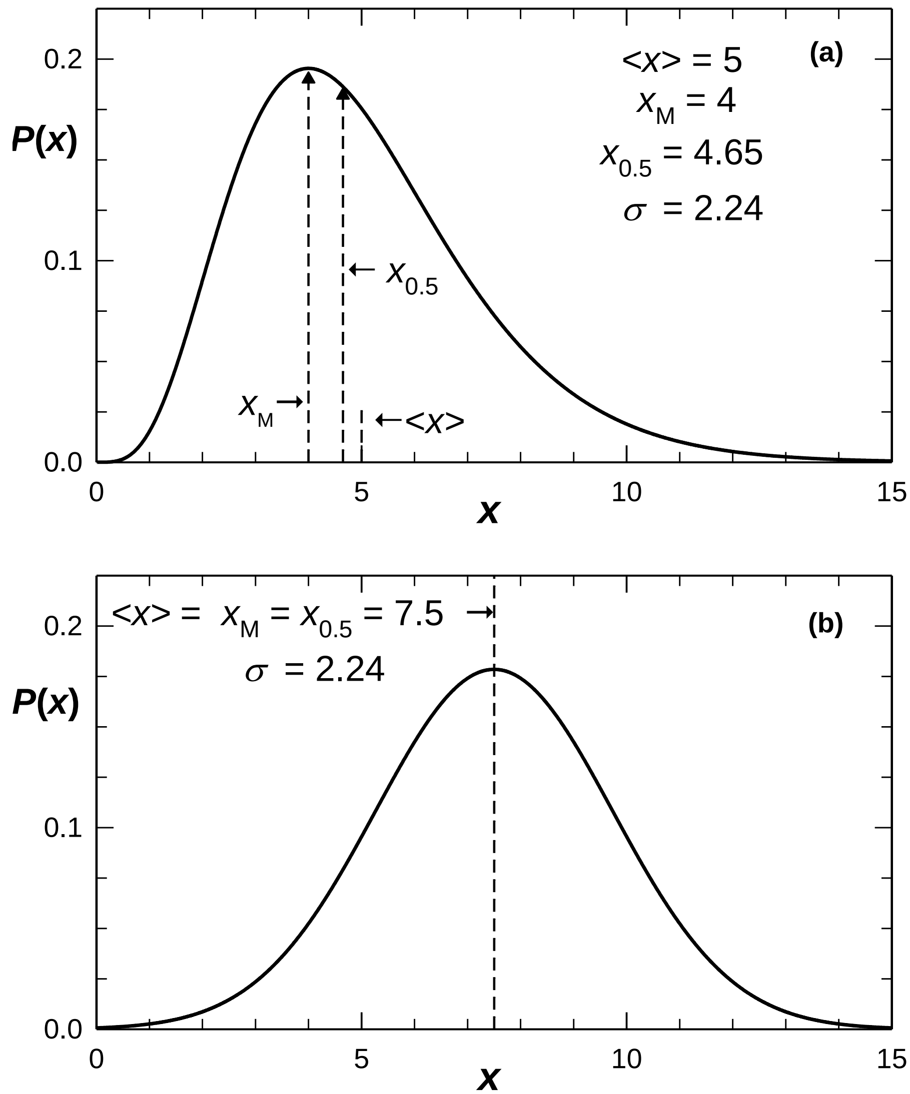

Fig. 4 Distribuciones de probabilidad: (a) asimétrica, (b) simétrica.

En una distribución se pueden definir varias cantidades adicionales que permiten caracterizar la forma de la distribución, como son:

<u>El promedio</u> *o media* de la variable medida, **<*x*>**, también llamado el valor esperado de la variable *x*, y está definido por

$$< x >= \int_{-\infty}^{+\infty} x f(x) \tag{14}$$

El valor más probable: es el valor de la variable x que ocurre con mayor probabilidad, y corresponde al máximo de la distribución. Se escribe como $\boldsymbol{x_M}$.

La mediana, x_m o $x_{0.5}$, es el valor de la variable para la cual el área bajo la curva es la misma a la izquierda y a la derecha de este valor (ver figura 4) y se puede calcular resolviendo la ecuación siguiente.:

$$\int_{-\infty}^{x_{0.5}} f(x)dx = \int_{x_{0.5}}^{+\infty} f(x)dx = 0.5 \qquad (15)$$

En el caso de la distribución simétrica como la de la Figura 4 (b) estas tres cantidades coinciden:

$$< x >= x_M = x_{0.5} \qquad (16)$$

Distribución de Gauss, o Distribución Normal

Es la más frecuentemente encontrada en los resultados de medidas de un mismo parámetro con errores sistemáticos despreciables y con errores al azar pequeños. Esta distribución también se llama normal.
Si la curva está normalizada , es decir si el área bajo la curva es igual a 1, la ecuación $P(x)$ que describe esta distribución será

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left[-\frac{(x -< x >)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (17)$$

Si la curva no está normalizada y se conoce el área bajo la curva, entonces, la función se escribe:

$$f(x) = \frac{Area}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} exp\left[-\frac{(x -< x >)^2}{2\sigma^2}\right] \qquad (18)$$

Si sólo se conoce el alto del máximo de la curva, H, la ecuación de la Gaussiana será:

$$f(x) = H \ \exp\left[-\frac{(x -< x >)^2}{2\sigma^2}\right]. \qquad (19)$$

Es decir que sólo conociendo $<x>$ y σ podemos trazar la curva de área 1, o inversamente con la distribución experimental podemos calcular el σ y $<x>$ suponiendo la distribución Gaussiana.

Como ejemplo, si volvemos a los histogramas que representan las alturas de los estudiantes (varones) de 1er año, mostrados en la Figura 2, las curvas continuas que se graficaron son distribuciones Gaussianas generadas a partir de la ecuación (18) en la cual hemos introducido los parámetros encontrados <*A*>, σ y el área del histograma calculada sumando las áreas de los rectángulos. Cabe notar que esta área varía con el ancho escogido para los intervalos. En la Figura 2 se observa que las líneas continuas definen la misma área que los histogramas correspondientes, y el mejor ajuste es el presentado en la Figura 2 (b) en la cual el intervalo fue de 6 cm. Escogimos este ajuste porque se observa que el máximo de la Gaussiana coincide con la barra que representa la mayor frecuencia, es decir que el valor más probable coincide con el valor medio.

En la Figura 5 hemos representado distribuciones Gaussianas de área 1, que resultarían de las medidas idénticas de alguna magnitud física como por ejemplo la energía de una partícula.

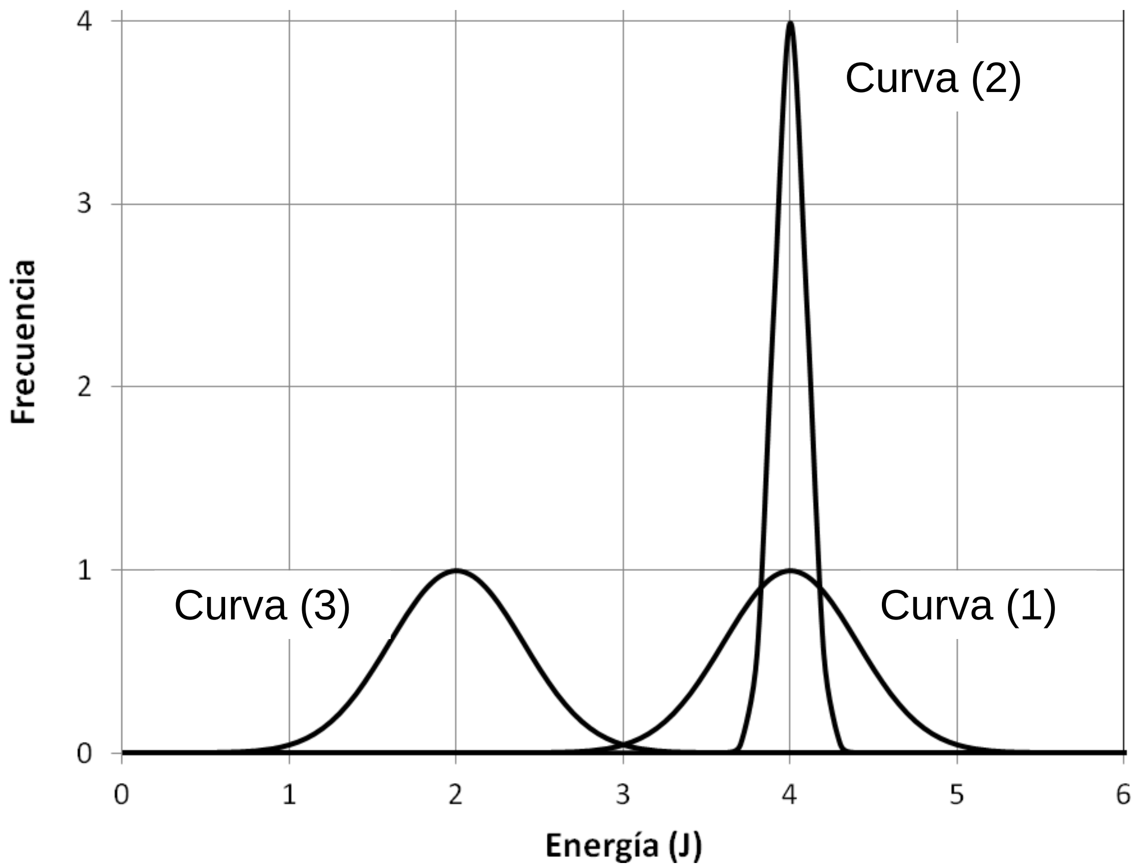

Fig. 5 : Distribuciones Gaussianas: *Curva (1)* <*x*> = 4.0 J, y σ = 0.4 J.*; Curva (2)* <*x*> = 4.0 J, y σ = 0.1 J; .*Curva (3)* <*x*> = 2.0 J, y σ = 0.4 J.

La distribución que corresponde a una menor dispersión de los resultados es la curva (2) que es la que tiene menor varianza. Se pueden demostrar varias propiedades de esta distribución:

La varianza σ es el error de una medida, y la expresión (17) implica que un porcentaje de 68.27% de las medidas efectuadas van a caer dentro de <*x*> $\pm$ σ. Es decir que si el promedio de una medida de velocidad que repetimos 10000 veces es 546 m/s y la varianza es 8 m/s, 3173 medidas van a estar entre 538 m/s y 554 m/s. Entre $<x> \pm 2\sigma$ tendremos 95.45% de los resultados y entre $<x> \pm 3\sigma$ caerán 99.73% de los resultados. Estos números son válidos para cualquier distribución Gaussiana.

ACTIVIDADES A REALIZAR

A. PROBABILIDAD: Lanzamiento de una moneda

Se determinará la probabilidad de sacar CARA con una moneda de Bs. 1 y cómo ésta varía a medida que aumenta el número de lanzamientos. Para ello van a lanzar una moneda y tabularán los números de veces que van a conseguir CARA después de N intentos para comprobar que el esperado número de ½ para *P*(cara) no es tan inmediato de encontrar. Es sólo cuando N tiende a infinito que nos acercaremos a lo que nuestra intuición nos dicta.

$$P(n) = \lim_{N\to\infty} n/N \tag{20}$$

A1. Realice por lo menos 200 lanzamientos por Equipo. Se tabularán los resultados en una tabla de EXCEL en la cual figure una columna con el número del lanzamiento (de 1 a 200) y una segunda columna en la cual se escribirá para cada fila, 1 si es cara o 0 si es sello.

A2. En la tercera columna de su tabla sume el número de lanzamientos favorables hasta ese momento, n_i. Por ejemplo si estamos en el lanzamiento 52, y hasta ese momento ha habido 24 caras en la fila correspondiente a la tercera columna colocaremos 24 y así sucesivamente. En la cuarta columna calcule la frecuencia normalizada de eventos favorables a medida que el número de lanzamientos aumenta, dividiendo los valores de la tercera columna por el número de lanzamientos realizados hasta ese momento, N_i, número que figura en la primera columna.

$$f_{Ni}(\text{Cara}) = n_i\,(\text{CARA})/N_i \tag{21}$$

A3. Gráfique la frecuencia normalizada de obtención del evento favorable (CARA) en función del número de lanzamientos realizados. Pruebe hacer el gráfico en EXCEL con escalas lineales y con escalas semi-logaritmica. De esta figura deduzca la probabilidad de que la moneda caiga por el lado de la CARA cuando el número de lanzamientos se hace grande.

B.- Histogramas: Prueba de conocimientos para ingreso a la universidad

B1. En el escritorio de su computador aparece una carpeta ***Documentos Estudiantes*** en la cual hay un archivo de EXCEL: **HistogramaIngreso20xx.XLS** (donde 20xx es el año). Ábranlo y encontrará la tabla de las notas obtenidas en una prueba de conocimientos para el ingreso a las universidades de un país dado. SALVE EL ARCHIVO con su nombre en la carpeta ***Mis Documentos*** utilizando la opción "Guardar como".

B2. Como usted verá en la primera columna están las notas ordenadas de mayor a menor, siendo la nota máxima 90. El número de estudiantes que han obtenido notas en intervalos sucesivos de 0,5 figura en la segunda columna. Por ejemplo en la fila correspondiente a una nota de 80, el valor en la segunda columna corresponde al número de estudiantes que obtuvieron notas entre $79{,}5 < \text{nota} \leq 80{,}0$.

Ahora deberá Ud. crear una tabla de 9 filas X 3 columnas correspondientes a un intervalo de notas de 10 puntos. En la primera columna indicarán el intervalo de notas, por ejemplo (0 a 10,0), (10,5 a 20,0), y así sucesivamente hasta (80,5 a 90,0). En la segunda columna el valor central del intervalo correspondiente (5, 10, 15….) y en la tercera el número de estudiantes que obtuvieron nota en ese intervalo.

B3. Grafique el histograma correspondiente a la tabla que acaba de hacer, utilizando la opción de diagrama de puntos (XY Dispersión). ***Nota***: No use para las abscisas ni el valor inicial ni el valor final del intervalo sino el *valor central*.

B4. Calcule a partir de la tabla que Ud. construyó la nota promedio, <Nota>, y su varianza, σ, siguiendo el procedimiento descrito en el Ejemplo 1, páginas 5 y 6 de esta guía, ecuaciones (11) y (12). ***Nota importante:*** NO USE las funciones PROMEDIO y DESVESTP de EXCEL que no funcionan cuando la data esta tabulada por intervalos.

B5. Como Ud. habrá observado en su gráfica la distribución obtenida tiene una forma que se acerca a la de una campana y vamos a dibujar la Gaussiana que describe estos datos.

Generemos primero una columna del 0 al 90 de uno en uno, que servirá de abscisa a la Gaussiana que vamos a generar. Con los valores calculados de <Nota> y σ, generamos la Gaussiana de la forma siguiente: Si por ejemplo, la columna de las abscisas es la C y el primer valor, 0, está en la fila 1, marque la celda D1, y ejecute la función de EXCEL: DISTR.NORM(x; <Nota>; σ; FALSO), tomando para x el valor de la celda C1 y escribiendo los valores numéricos (con tres decimales) del promedio y de la varianza que Ud. calculó. Una vez obtenido el valor de la Gaussiana para la celda D1, replíquela hasta la fila que contiene el valor de 90. Así tendrá Ud. las ordenadas correspondientes a la Gaussiana para todos los valores de las abscisas que Ud. tabuló. La función DISTR.NORM ejecuta la ecuación (14) cuya área es 1. Por consiguiente Ud. deberá multiplicar la columna generada por esta función, en nuestro ejemplo la columna D, por el valor del área del histograma calculado de la manera siguiente:

$$\text{Area} = \sum_{i=1}^{k} (\text{Intervalo}) \times (\text{Nº de estudiantes})_i = (\text{Intervalo}) \times (\text{Nº Total de estudiantes})$$

donde *k* es el numero de intervalos.

B6. El último paso es ahora graficar esta distribución normal sobre el histograma correspondiente para ver cuanto se acerca al histograma esta distribución continua.

B7. Repita todo este proceso para un intervalo de ancho 5. Ahora tendrá que llenar una tabla de 3 columnas X 18 filas. Concluya sobre cual de estas simulaciones les resume mejor los resultados del examen de admisión.

C. Medición de la duración de un pulso luminoso y estudio de la distribución de los resultados.

El objetivo de esta parte es verificar que la repetición de la medición de una cantidad física si se hace un número grande de veces y si los errores involucrados son casuales la distribución de los resultados sigue un perfil Gaussiano.

C1. Con el cronómetro digital mida Ud. al menos 100 veces la duración de un pulso luminoso del estroboscopio. Haga una tabla de EXCEL y ordene los resultados de menor a mayor. Escoja Ud el intervalo de tiempo para trazar el histograma. Recuerde que si por ejemplo escoge 0, 4 s, entonces deberá contar el número de pulsos que aparecen entre $t_{min} < T \leq t_{min} + \Delta t$, y escribir los resultados en una columna adyacente.

C2. Ahora vamos a repetir lo que se hizo en los pasos ***B3, B4, B5 y B6.*** Así obtendremos el histograma (como un diagrama de puntos) y una curva continua que debe aproximar este histograma a una Gaussiana.

NO OLVIDE ANTES DE IRSE DE BORRAR SUS ARCHIVOS Y DE VACIAR LA PAPELERA

Nota: En el Aula Virtual encontrarán el archivo para la actividad ***B*** por si no terminan en clase las actividades programadas.

REFERENCIAS

1. William Lichten, “Data and Error Analysis”, Prentice Hall (1999)

2. Stuart Meyer, ” Data Analysis for Scientists and engineers”, John Wiley (1975).

3. John R. Taylor “ An Introduction to Error Analysis”, University Science Books, (1997)

4. Estrella Laredo, Marcello Puma, Alfredo Sánchez, “Errores Gráficos y Estadísticas” Guía del Laboratorio I de Física, Laboratorio D - USB.

5. Philip Bevington y Keith Robinson**”** Data Reduction and Error Analysis for the Physical Sciences”, MacGraw-Hill (1992)