PRÁCTICA DE LABORATORIO **II-05**

PÉNDULO DE TORSIÓN

OBJETIVOS

- Determinar la constante de torsión de un péndulo.
- Estudiar la dependencia del período de oscilación con el momento de inercia.
- Determinar experimentalmente el momento de inercia de un objeto en forma de volante.

MATERIALES

1. Aparato de torsión.
2. Hilo de torsión.
3. Disco.
4. Barra.
5. Dos pesas.
6. Volante.
7. Cronómetro.
8. Vernier.
9. Balanza.
10. Juego de llaves Allen.

TEORÍA

Un péndulo de torsión consiste, en su forma más sencilla, en un cuerpo rígido suspendido por medio de un alambre (hilo de torsión) el cual está sujeto a un soporte fijo, como indica la *figura 1.* Cuando el cuerpo se aparta de su posición de equilibrio, haciéndolo girar en torno al eje, el alambre se tuerce y ejerce un torque de restitución τ sobre el cuerpo y éste tenderá a volver a la posición de equilibrio, ejecutando una serie de oscilaciones.

Para ángulos de torsión pequeños el torque resulta proporcional al desplazamiento angular θ (versión de la Ley de Hooke análoga a $F = -kx$), es decir:

$$\tau = - k\,\theta \tag{1}$$

en donde k se conoce como la constante de torsión del alambre.

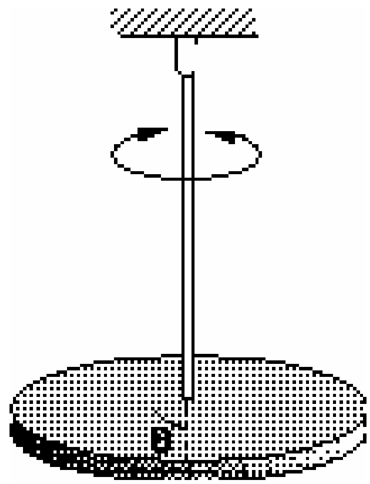

Fig. 1: Un péndulo de torsión

El torque recuperador τ proporciona una aceleración angular α y, de acuerdo a la 2ª ley de Newton para el movimiento de rotación,

$$\tau = I\,\alpha = I\left(\frac{d^2\theta}{dt^2}\right) \tag{2}$$

siendo I el momento de inercia del péndulo de torsión alrededor del eje perpendicular que pasa por su centro de masa.

Igualando las ecuaciones *(1)* y *(2)* se tiene:

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} = -\left(\frac{k}{I}\right)\theta \tag{3}$$

Podemos identificar esta ecuación como la de un movimiento armónico simple, cuya frecuencia angular es: $\omega = \sqrt{k\,/\,I}$ y el período correspondiente es:

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{I}{k}} \tag{4}$$

El péndulo de torsión tiene una variedad de aplicaciones. Por ejemplo, las oscilaciones por torsión constituyen la base de funcionamiento de relojes mecánicos y también de galvanómetros de laboratorio.

Se puede utilizar el péndulo de torsión para determinar la constante de torsión de un alambre. Si a partir de otras medidas o cálculos conocemos el momento de inercia del sistema, la medida del período de oscilación nos da de inmediato el valor de *k*, con ayuda de la ecuación *(4)*.

Una vez determinada la constante de torsión, también podemos utilizar el péndulo como un instrumento sensible para medir pequeños torques y pequeñas fuerzas. Como hecho curioso Cavendish, en 1798, utilizó un péndulo de torsión para determinar la constante G de gravitación universal y con este valor pudo así indirectamente, *pesar la Tierra!*

ACTIVIDADES PRELIMINARES

En la sección B se considera un cuerpo constituido por una barra y dos pesas ubicadas simétricamente (figura 2). La expresión que se usa para el momento de inercia, respecto a su eje perpendicular de simetría, es una aproximación. Deduzca la expresión teórica exacta para el momento de inercia que toma en cuenta todas las dimensiones de los objetos.

PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

El aparato de torsión que usaremos en este experimento consiste en un soporte con su base, del cual se sujeta firmemente un alambre delgado, por su extremo superior. En el extremo inferior del alambre, pueden suspenderse objetos de formas geométricas variadas, los cuales pueden oscilar libremente. El aparato también está provisto de una escala graduada y de un indicador angular del objeto que oscila. Los períodos de oscilación del péndulo se miden mediante un cronómetro electrónico, accionado manualmente.

> ***Antes de iniciar el experimento, usted. debe familiarizarse con las diferentes partes del aparato y con el funcionamiento del cronómetro.***

A. Determinación de la constante de torsión

A1. Tome el disco y determine su masa M (*en kg*) y su radio R (*en metros*) para calcular su momento de inercia.

$$I_{disco} = \frac{1}{2}MR^2$$

Determine el correspondiente error.

A2. Proceda a instalar el disco en el extremo de la varilla.

A3. Haga oscilar el péndulo y determine el período de las oscilaciones (*en segundos*). Para ello se recomienda medir el tiempo que tarda en realizar 10 oscilaciones.

A4. Repita el procedimiento anterior *10 veces* (¿para qué?) y calcule el promedio, la desviación estándar (σ) y la desviación estándar de la media ($\sigma / \sqrt{N}$).

A5. Calcule la constante de torsión k del péndulo y su correspondiente error.

B. Variación del período de oscilación del péndulo con el momento de inercia

Una barra de masa M y largo L tiene un momento de inercia respecto de su eje:

$$I_b = \frac{1}{12} M L^2$$

Si le agregamos dos pesas de masa *m*, a distancia *r* de su centro como en la figura 2, el momento de inercia total será:

$$I = \frac{1}{12} M L^2 + 2 m r^2$$

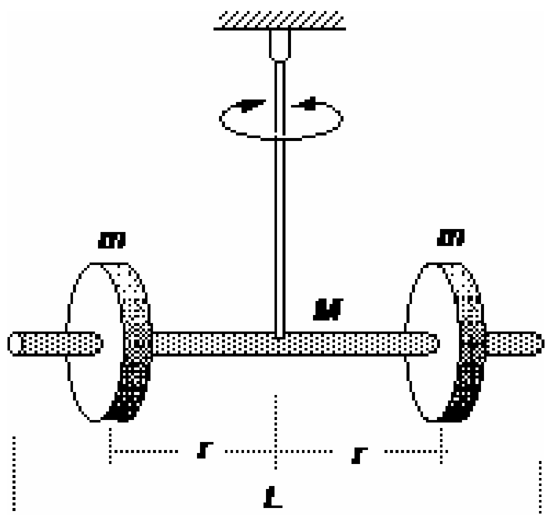

Fig. 2: Péndulo constituido por barra y dos pesas

Sustituyendo esta expresión en la ecuación *4*, se obtiene la siguiente ecuación para el período de rotación de este sistema respecto de su eje:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{12} M L^2 + 2 m r^2}{k}}$$

Elevando al cuadrado ambos miembros de esta ecuación, se obtiene:

$$T^2 = \frac{\pi^2 M L^2}{3k} + \left(\frac{8\pi^2 m}{k}\right) r^2 \qquad (5)$$

Esta ecuación expresa la dependencia del cuadrado del período en función del cuadrado de la distancia de las pesas al centro de rotación.

B1. Desmonte el disco del aparato y coloque en su lugar la barra. Coloque en la barra las dos pesas de manera que queden equidistantes del eje de simetría.

B2. Proceda a medir el período de oscilación del péndulo en función de la distancia radial r de las pesas. Para ello debe cambiar la posición de las pesas por lo menos en 10 mm para cada medida y realizar 10 medidas del período en cada una de estas posiciones. Determine la desviación estandar de la media ($\sigma / \sqrt{N}$) para el período correspondiente a cada posición de las pesas.

B3. Construya una tabla con los datos de la distancia radial r a las pesas y de los períodos T correspondientes. Agregue a la tabla columnas con los valores del cuadrado de los períodos y de la distancia radial, así como con los errores correspondientes.

B4. Elabore un gráfico lineal del cuadrado del período (*en* s^2) en función del cuadrado de la distancia radial (*en metros*). Incluya barras de error en las dos variables.

B5. Determine la pendiente de la recta y su intersección con el eje de T^2. Para ello haga un ajuste de mínimos cuadrados a los datos y determine la ecuación empírica de la recta.

B6. Mida la longitud de la barra y las masas de la barra y de las pesas y con estos valores calcule el valor teórico de la pendiente y la intersección de la recta.

B7. Compare los valores experimentales y teóricos de la pendiente e intersección de la recta. Justifique las discrepancias que puedan existir con base en los errores de medición que usted ha estimado en este experimento.

C. Determinación del momento de inercia de un volante

C1. Proceda a suspender de la varilla el objeto en forma de volante (figura 3).

C2. Determine el período de oscilación del volante.

C3. Usando los resultados anteriores, determine el momento de inercia del volante y estime el correspondiente error.

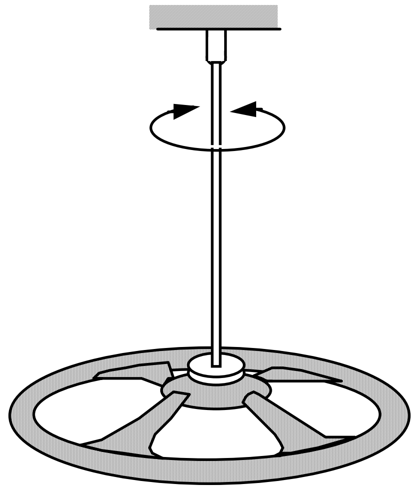

Fig. 3: Un volante como péndulo

PREGUNTAS

1. En el péndulo físico la validez de la expresión del período (*Ec. 4*) está condicionada a ángulos de oscilación pequeños (aproximación $sen\ \theta \approx \theta$). ¿Por qué no existe esta restricción para el péndulo de torsión?

2. ¿Cómo influye en sus medidas el hecho de que haya movimientos superpuestos a la oscilación torsional y qué precauciones hay que tomar para minimizar estos movimientos?

3. ¿Por qué no se toma en cuenta el momento de inercia del alambre del péndulo?

4. ¿Podrían determinarse en esta práctica momentos de inercia de cuerpos irregulares, como una llave inglesa, un martillo, etc..? ¿Cómo determinaría el punto de suspensión apropiado?

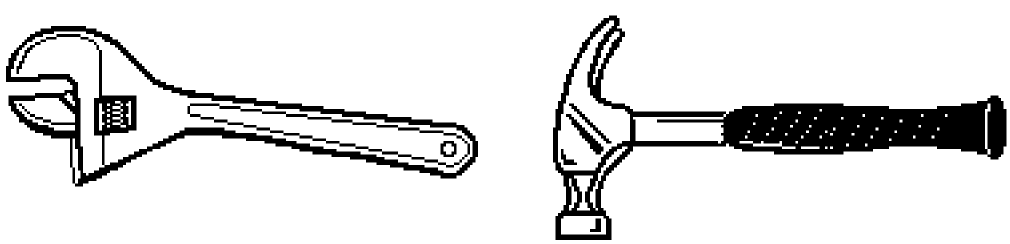

Fig. 4: Llave inglesa y martillo

P5. ¿Cuál es el momento de inercia del volante respecto de un eje E_A que pase por su borde radial y paralelo el eje de simetría?

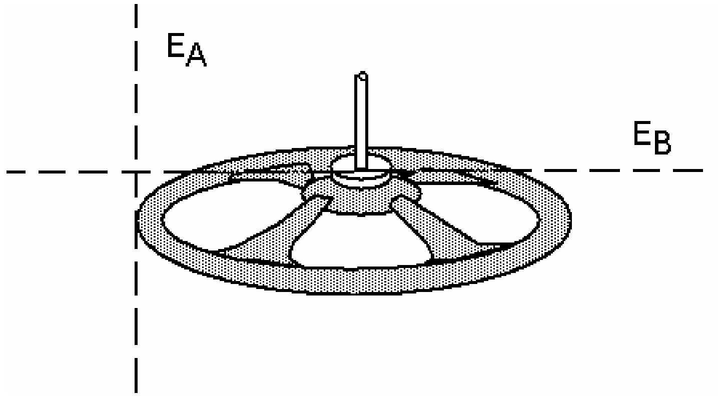

Fig. 5

P6. ¿Por qué no se puede aplicar el teorema de los ejes perpendiculares para calcular el momento de inercia del volante respecto de un eje E_B que pase por su centro y sea perpendicular al eje de simetría?

REFERENCIAS

1. D. Halliday, R. Resnick y K. Krane, *Física*, Vol. 1, Cap. 15, Ed. Continental (1995).

2. R. M. Eisberg y L. S. Lerner, *Física*, Vol. 1, Cap. 10, Mc. Graw-Hill (1983).

3. R. A. Serway, *Física*, tomo. 1, Cap. 13, Mc. Graw-Hill (1992).